



АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И АЛГЕБРА

РАЗДАТОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Версия: 1.00
Дата: 25.04.2012
Автор: Изаак Д.Д.

РГР №1. Д/О.
Векторная алгебра. Прямая и плоскость.

1. Вычислите определитель:

$$1.1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 & 8 \\ 2 & 4 & -6 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & -1 & -7 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 & 8 & 12 \end{vmatrix}$$

$$1.2) \begin{vmatrix} -1 & 3 & 5 & -1 & 9 \\ 4 & 3 & -2 & 1 & 5 \\ -3 & -7 & -6 & -5 & 0 \\ 5 & 2 & 3 & -2 & 5 \\ -4 & -1 & -1 & 7 & 11 \end{vmatrix}$$

$$1.3) \begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 & -2 & 6 \\ 3 & 4 & -2 & -1 & 3 \\ -5 & -8 & -2 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 1 & 5 \\ -2 & 1 & -1 & 8 & 10 \end{vmatrix}$$

$$1.4) \begin{vmatrix} -1 & 6 & 1 & -1 & -7 \\ 5 & 2 & -3 & 1 & 3 \\ -6 & -1 & 1 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ -5 & 2 & 2 & 3 & 14 \end{vmatrix}$$

$$1.5) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & -3 & 4 \\ -3 & 3 & -4 & 5 & 2 \\ -7 & -8 & 6 & -2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 & -2 & 7 \\ -3 & -2 & -1 & 1 & 15 \end{vmatrix}$$

$$1.6) \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 & 4 & -5 \\ 1 & 3 & -1 & 4 & 9 \\ -2 & -6 & -7 & -2 & 1 \\ 4 & 8 & 0 & -1 & 3 \\ 3 & -5 & 1 & 7 & 10 \end{vmatrix}$$

$$1.7) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & -5 & 7 \\ -1 & 4 & -6 & -1 & 3 \\ 0 & -5 & -2 & -1 & 7 \\ 1 & 2 & 4 & -5 & -3 \\ 4 & -2 & 3 & 6 & 11 \end{vmatrix}$$

$$1.8) \begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 & 2 & 7 \\ 2 & 1 & -3 & 7 & 3 \\ -3 & -5 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -6 & 9 \\ 2 & 9 & 8 & -4 & 12 \end{vmatrix}$$

$$1.9) \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 & 5 \\ -1 & 0 & 8 & 1 & 7 \\ -4 & -3 & -2 & -1 & 5 \\ 6 & -1 & -1 & 3 & 14 \end{vmatrix}$$

$$1.10) \begin{vmatrix} -4 & 3 & 5 & -1 & 9 \\ 1 & 1 & -2 & 3 & 8 \\ 2 & -7 & -3 & -1 & 5 \\ 6 & -7 & 8 & 1 & 1 \\ -5 & -2 & -3 & 3 & 15 \end{vmatrix}$$

2. Дан куб $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$. Найти координаты вектора \overrightarrow{AS} в базисе $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD_1}\}$, где

2.1) S — центр грани BCC_1B_1 ;

2.2) S — центр грани DCC_1D_1 ;

2.3) S — центр грани ABB_1A_1 ;

2.4) S — центр грани $A_1B_1C_1D_1$;

2.5) S — середина ребра A_1B_1 ;

2.6) S — середина ребра B_1C_1 ;

2.7) S — середина ребра C_1D_1 ;

2.8) S — середина ребра A_1D_1 ;

2.9) S — середина ребра CC_1 ;

2.10) S — середина ребра DD_1 .

3. Три точки заданы своими координатами. Найдите уравнения медианы и высоты угла A треугольника ABC .

3.1) $A(1,1)$, $B(3,3)$, $C(8,0)$;

3.2) $A(2,2)$, $B(8,0)$, $C(-5,-5)$;

3.3) $A(3,3)$, $B(0,-7)$, $C(-1,2)$;

3.4) $A(4,4)$, $B(0,0)$, $C(5,0)$;

3.5) $A(2,4)$, $B(0,1)$, $C(0,-6)$;

3.6) $A(1,2)$, $B(0,-2)$, $C(-2,-2)$;

3.7) $A(0,3)$, $B(0,7)$, $C(1,-2)$;

3.8) $A(1,8)$, $B(1,-9)$, $C(-1,5)$;

3.9) $A(5,4)$, $B(1,-3)$, $C(1,2)$;

3.10) $A(3,2)$, $B(0,9)$, $C(1,-2)$.

4. Четыре точки заданы своими координатами. Найдите:
- a) Уравнение плоскости ABC ;
 - b) Уравнение высоты DE пирамиды $ABCD$;
 - c) Уравнение плоскости α , такой, что $DE \subset \alpha$, $AB \parallel \alpha$;
 - d) Площадь треугольника ABC ;
 - e) Объем пирамиды $ABCD$;
 - f) Высоту DE пирамиды $ABCD$;
 - g) Косинус угла между прямыми AC и BD .
- 4.1) $A(1,1,1)$, $B(3,3,3)$, $C(8,0,0)$, $D(0,-7,-10)$;
- 4.2) $A(2,2,2)$, $B(8,0,0)$, $C(-5,-5,1)$, $D(2,4,2)$;
- 4.3) $A(3,3,3)$, $B(0,-7,0)$, $C(-1,2,-1)$, $D(2,4,6)$;
- 4.4) $A(4,4,4)$, $B(0,0,5)$, $C(5,0,-3)$, $D(1,1,-8)$;
- 4.5) $A(2,4,8)$, $B(0,1,0)$, $C(0,-6,-4)$, $D(8,1,0)$;
- 4.6) $A(1,2,5)$, $B(0,-2,4)$, $C(-2,-2,7)$, $D(-2,-4,1)$;
- 4.7) $A(0,3,-4)$, $B(0,7,5)$, $C(1,-2,-6)$, $D(2,-4,7)$;
- 4.8) $A(1,8,1)$, $B(1,-9,0)$, $C(-1,5,-1)$, $D(6,4,-2)$;
- 4.9) $A(5,4,3)$, $B(1,-3,2)$, $C(1,2,1)$, $D(9,4,1)$;
- 4.10) $A(3,2,-5)$, $B(0,9,0)$, $C(1,-2,1)$, $D(1,2,6)$.

Линии и поверхности второго порядка.

1. Постройте линии второго порядка и найдите соответствующие параметры (полуоси, эксцентриситет, координаты фокусов, уравнения директрис и асимптот).

1.1) a) $x^2 + \frac{y^2}{16} = 1$, b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$, c) $x^2 = 10y$;

1.2) a) $\frac{x^2}{16} + y^2 = 1$, b) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = -1$, c) $x^2 = 12y$;

1.3) a) $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$, b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$, c) $x^2 = 16y$.

1.4) a) $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$, b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = -1$, c) $x^2 = -14y$.

1.5) a) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$, b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$, c) $x^2 = -8y$.

1.6) a) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$, b) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = -1$, c) $y^2 = 10x$.

1.7) a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, b) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$, c) $y^2 = 12x$.

1.8) a) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$, b) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = -1$, c) $y^2 = 16x$.

1.9) a) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$, b) $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{9} = 1$, c) $y^2 = -14x$.

1.10) a) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$, b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{1} = -1$, c) $y^2 = -8x$.

2. Постройте поверхности, укажите их тип:

2.1) a) $y^2 = 2x$, b) $-x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = -1$, c) $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$.

2.2) a) $x^2 - y^2 = 4$, b) $-x^2 + y^2 + \frac{z^2}{9} = 1$, c) $y^2 - z^2 + \frac{x^2}{9} = 0$.

2.3) a) $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$, b) $x = y^2 + \frac{z^2}{16}$, c) $x^2 + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{4} = 1$.

2.4) a) $z^2 = 4y$, b) $\frac{x^2}{9} - y^2 + \frac{z^2}{9} = -1$, c) $\frac{x^2}{4} - y^2 - z^2 = 0$.

2.5) a) $y^2 - z^2 = 9$, b) $-\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} - z^2 = -1$, c) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} = 1$.

2.6) a) $\frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$, b) $y = x^2 + \frac{z^2}{25}$, c) $y^2 + z^2 - x^2 = 0$.

2.7) a) $x^2 = 4z$, b) $-\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$, c) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{36} = 1$.

2.8) a) $x^2 - \frac{z^2}{25} = 1$, b) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} - z^2 = 1$, c) $x^2 + 9y^2 - z^2 = 0$.

2.9) a) $x^2 + 4z^2 = 1$, b) $x = \frac{z^2}{4} + \frac{y^2}{9}$, c) $\frac{x^2}{16} + y^2 + \frac{z^2}{36} = 1$.

2.10) a) $z^2 - \frac{x^2}{0,25} = -1$, b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{25} = 1$, c) $z^2 - \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 0$.

РГР №3. Д/О
Высшая алгебра.

1. Решите матричное уравнение:

$$1.1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -6 \\ 5 & 1 & 9 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 10 & -1 \\ 5 & 33 \\ 22 & -19 \end{pmatrix}$$

$$1.2 \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -5 \\ 0 & 2 & 9 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 22 & 11 \\ -27 & -7 \\ 37 & 13 \end{pmatrix}$$

$$1.3 \quad \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 31 & 66 \\ 9 & 14 \\ -9 & -34 \end{pmatrix}$$

$$1.4 \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ -4 & 5 & 8 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 10 & 10 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$1.5 \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 6 & 4 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 34 & 42 \\ 33 & 46 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$1.6 \quad X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 4 \\ -7 & -18 & -37 \end{pmatrix}$$

$$1.7 \quad X \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & 42 & 49 \\ 69 & 81 & 94 \end{pmatrix}$$

$$1.8 \quad X \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & -9 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 38 & -19 \\ 16 & 74 & -37 \end{pmatrix}$$

$$1.9 \quad X \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & -6 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & 5 & 13 \\ 7 & -47 & -16 \end{pmatrix}$$

$$1.10 \quad X \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 \\ 7 & 8 & -5 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 26 & -7 \\ 55 & 106 & -7 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений по формулам Крамера:

$$2.1 \quad \begin{cases} -12x + 3y + 4z = -28 \\ 9y + z = 35 \\ x + 2y + 3z = 8 \end{cases}$$

$$2.2 \quad \begin{cases} -11x + 2y = -14 \\ 3x + 4y + 5z = 62 \\ x + 2y + z = 18 \end{cases}$$

$$2.3 \quad \begin{cases} x + 11y + z = 79 \\ 2x + 22y - 4z = 170 \\ 6y + 5z = 32 \end{cases}$$

$$2.4 \quad \begin{cases} x + 7y + 4z = 2 \\ 3x + 8y - 9z = 101 \\ -x + y + 3z = -19 \end{cases}$$

$$2.5 \quad \begin{cases} 2x + 3y + z = -5 \\ -6x + 8z = -110 \\ 3x + 11y + 3z = -14 \end{cases}$$

$$2.6 \quad \begin{cases} 2x + 4y + 7z = -30 \\ 4x - 7y = -23 \\ x + 3y - 5z = 58 \end{cases}$$

$$2.7 \quad \begin{cases} x + 3y + 7z = 11 \\ -3x + 2y + z = 0 \\ x + y + 5z = 3 \end{cases}$$

$$2.8 \quad \begin{cases} 5x + 4y + 3z = 76 \\ 7x + 6y + z = 74 \\ -x + 4z = 41 \end{cases}$$

$$2.9 \quad \begin{cases} 3x + 8y + z = -65 \\ 8x + 5y + 3z = -25 \\ -x + 2y + z = -15 \end{cases}$$

$$2.10 \quad \begin{cases} 7x + 2y + 7z = -76 \\ 3x + 5y + 4z = -31 \\ 6x - y + z = -1 \end{cases}$$

3. Решите систему линейных уравнений матричным способом:

$$3.1 \quad \begin{cases} 4x + y + z = 18 \\ 5x + y + z = 22 \\ 7x - y + 6z = 12 \end{cases} \quad 3.2 \quad \begin{cases} 12x + 12y = -48 \\ 2x + 3y + 4z = 22 \\ 5x - y + z = 25 \end{cases}$$

$$3.3 \quad \begin{cases} 13x + 2y + 13z = 138 \\ 5x + 6y = 39 \\ -x + 2y + 4z = 33 \end{cases} \quad 3.4 \quad \begin{cases} 5x + 6y + 5z = 106 \\ 8x + 9y + z = 103 \\ 2x + 4y + 3z = 61 \end{cases}$$

$$3.5 \quad \begin{cases} 7x + 6y + 7z = -3 \\ 4x + 5y + 3z = -21 \\ 8x + 9y + z = -41 \end{cases} \quad 3.6 \quad \begin{cases} 7x + 8y + 6z = 97 \\ 5x + 4y - z = 52 \\ x + 2y + 5z = 24 \end{cases}$$

$$3.7 \quad \begin{cases} 7x + 6y + 2z = 92 \\ 3x + 8y + z = 98 \\ -x + 2y + 3z = -8 \end{cases} \quad 3.8 \quad \begin{cases} 9x + 4y + 6z = 14 \\ 3x + y + 7z = 12 \\ y + 11z = 4 \end{cases}$$

$$3.9 \quad \begin{cases} 6x + 7y + 5z = 87 \\ 4x + 3y + 8z = 59 \\ x - y + 3z = 8 \end{cases} \quad 3.10 \quad \begin{cases} 3x + 5y + 2z = 19 \\ -5x - y + 2z = -37 \\ 5x + 7y + 3z = 32 \end{cases}$$

4. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса; исследуйте ее по теореме Кронекера-Капелли:

$$4.1 \quad \begin{cases} 8x + z = 74 \\ 3x + 4y + 6z = 55 \\ -x + 2y + 7z = 13 \end{cases} \quad 4.2 \quad \begin{cases} 7x + 4y + z = 53 \\ 3x + 7y + 2z = 18 \\ -x + 2y + 8z = -32 \end{cases}$$

$$4.3 \quad \begin{cases} x + 2y + 5z = 35 \\ -5x + 7y + 5z = -8 \\ 9x + 2y + 4z = 94 \end{cases} \quad 4.4 \quad \begin{cases} 6x + y + 6z = 54 \\ 4x + 8y = 76 \\ -x - 2y + 5z = -14 \end{cases}$$

$$4.5 \quad \begin{cases} 6x + 7y + z = 93 \\ 3x + 5y - 2z = 52 \\ 6x + 4y + 7z = 84 \end{cases} \quad 4.6 \quad \begin{cases} 6x + 5y + 5z = 90 \\ 6x + 11y + 13z = 228 \\ -7x + 5y + 12z = 195 \end{cases}$$

$$4.7 \quad \begin{cases} 6x + 7y + 3z = 106 \\ 9x + 2y - z = 45 \\ 7x + 4y + 9z = 35 \end{cases} \quad 4.8 \quad \begin{cases} 11x + 12y - z = 94 \\ 2x + 3y + 4z = 68 \\ 7x + 6y = 57 \end{cases}$$

$$4.9 \quad \begin{cases} x + 5y - z = -33 \\ 2x + 7y - 2z = -51 \\ -x + 4y + 2z = -1 \end{cases} \quad 4.10 \quad \begin{cases} 2x + 7y + 3z = -38 \\ x + 2y + 9z = -4 \\ x - 7y + 4z = 36 \end{cases}$$

Вопросы к зачету/экзамену. Д/О

1. Понятие векторного (линейного) пространства. Сложение векторов, умножение на действительное число. Вычитание векторов.
2. Признак коллинеарности двух векторов.
3. Линейная зависимость и линейная независимость векторов.
4. Базис векторного пространства. Координаты вектора.
5. Определители второго и третьего порядков.
6. Скалярное произведение векторов.
7. Векторное произведение векторов.
8. Смешанное произведение векторов.

9. Уравнения прямой на плоскости.
10. Вычисление расстояния от точки до прямой на плоскости.
11. Геометрический смысл знака трехчлена $ax + by + c$. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Вычисление угла между двумя прямыми.
12. Понятие поверхности и линии. Уравнения плоскости в пространстве.
13. Нормальное уравнение плоскости. Вычисление расстояния от точки до плоскости.
14. Взаимное расположение двух плоскостей. Вычисление угла между двумя плоскостями.
15. Уравнения прямой в пространстве.
16. Взаимное расположение двух прямых. Вычисление угла между прямыми.
17. Вычисление расстояния от точки до прямой. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.
18. Взаимное расположение прямой и плоскости. Вычисление угла между прямой и плоскостью.

19. Эллипс.
20. Гипербола.
21. Парабола.
22. Классификация кривых второго порядка.
23. Кривые второго порядка как конические сечения. Полярная система координат.
24. Поверхности второго порядка. Цилиндр, эллипсоид, однополостный гиперболоид.
25. Поверхности второго порядка. Двуполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид.
26. Поверхности второго порядка. Конические поверхности, поверхности вращения, прямолинейные образующие.

27. Общие понятия теории систем линейных уравнений.
28. Правило Крамера.
29. Матрицы.
30. Метод Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.

Кафедра математики и естествознания

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №0

Дисциплина: «Аналитическая геометрия и высшая алгебра»

Специальности: 080801 «Экономика и управление на предприятии», 080502 «Прикладная информатика»

Форма обучения: очная

Форма проведения экзамена: письменная

1. Выведите формулу для нахождения расстояния от точки до плоскости. [10 б.]
2. Найдите составляющую вектора $\vec{a}(1;2;3)$ на вектор $\vec{b}(-2;4;5)$. [5 б.]
3. Составьте каноническое уравнение прямой: $\begin{cases} x + y - 2z + 1 = 0 \\ 2x - y + 3z - 1 = 0 \end{cases}$. [5 б.]
4. Найдите расстояние от фокуса параболы $y^2 = 8x$ до прямой $2x - 7y + 5 = 0$. [5 б.]
5. Постройте поверхность: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 = 1$. [5 б.]
6. Найдите ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & 5 \\ -1 & 7 & 4 & 14 \\ 0 & 5 & 1 & 9 \end{pmatrix}$. [5 б.]

Составил: ст. преподаватель _____ Д.Д. Изаак
(подпись)

Зав. кафедрой МиЕ _____ Л.Ф. Серженко
(подпись)

3 декабря 2010г.

1. Вычислите определитель

a) По определению;

b) Разлагая его по элементам j -го столбца:

$$1.1 \quad \begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ -2 & 5 & 7 \\ 8 & -9 & 4 \end{vmatrix}, \quad j=1$$

$$1.2 \quad \begin{vmatrix} 2 & -8 & 5 \\ -7 & 6 & 10 \\ 4 & -11 & 3 \end{vmatrix}, \quad j=2$$

$$1.3 \quad \begin{vmatrix} 6 & 7 & -10 \\ -5 & -2 & 4 \\ 3 & -3 & 9 \end{vmatrix}, \quad j=3$$

$$1.4 \quad \begin{vmatrix} 11 & -7 & 9 \\ -8 & 12 & 7 \\ 5 & 3 & -1 \end{vmatrix}, \quad j=1$$

$$1.5 \quad \begin{vmatrix} 13 & 4 & -5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 8 & 10 & -4 \end{vmatrix}, \quad j=2$$

$$1.6 \quad \begin{vmatrix} 10 & -9 & 8 \\ -7 & 5 & -11 \\ 4 & -3 & 2 \end{vmatrix}, \quad j=3$$

$$1.7 \quad \begin{vmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -5 & 3 & -3 \\ 8 & 12 & 4 \end{vmatrix}, \quad j=1$$

$$1.8 \quad \begin{vmatrix} 6 & -4 & 1 \\ -6 & -2 & 3 \\ 4 & 13 & 4 \end{vmatrix}, \quad j=2$$

$$1.9 \quad \begin{vmatrix} 3 & -4 & 5 \\ -14 & 15 & 7 \\ -8 & 4 & 1 \end{vmatrix}, \quad j=3$$

$$1.10 \quad \begin{vmatrix} 12 & 2 & 15 \\ -2 & 1 & 7 \\ 2 & -5 & 8 \end{vmatrix}, \quad j=1$$

2. Точки A, B, C заданы своими координатами. Найдите уравнения медианы и высоты угла A треугольника ABC :

2.1 $A(1,1), B(3,3), C(8,0)$.

3.2 $A(2,2), B(8,0), C(-5,-5)$.

2.3 $A(3,3), B(0,-7), C(-1,2)$.

3.4 $A(4,4), B(0,0), C(5,0)$.

2.5 $A(2,4), B(0,1), C(0,-6)$.

3.6 $A(1,2), B(0,-2), C(-2,-2)$.

2.7 $A(0,3), B(0,7), C(1,-2)$.

3.8 $A(1,8), B(1,-9), C(-1,5)$.

2.9 $A(5,4), B(1,-3), C(1,2)$.

3.10 $A(3,2), B(0,9), C(1,-2)$.

3. Точки A, B, C, D заданы своими координатами. Найдите

a) Уравнение плоскости (ABC) ;

b) Уравнение высоты DE пирамиды $ABCD$;

c) Уравнение плоскости α , такой, что $DE \subset \alpha, AB \parallel \alpha$;

d) Площадь треугольника ABC ;

e) Объем пирамиды $ABCD$;

f) Высоту DE пирамиды $ABCD$;

g) Косинус угла между прямыми AC и BD :

3.1 $A(1,1,1), B(3,3,3), C(8,0,0), D(0,-7,-10)$

3.2 $A(2,2,2), B(8,0,0), C(-5,-5,1), D(2,4,2)$

3.3 $A(3,3,3), B(0,-7,0), C(-1,2,-1), D(2,4,6)$

3.4 $A(4,4,4), B(0,0,5), C(5,0,-3), D(1,1,-8)$

3.5 $A(2,4,8), B(0,1,0), C(0,-6,-4), D(8,1,0)$

3.6 $A(1,2,5), B(0,-2,4), C(-2,-2,7), D(-2,-4,1)$

3.7 $A(0,3,-4), B(0,7,5), C(1,-2,-6), D(2,-4,7)$

3.8 $A(1,8,1), B(1,-9,0), C(-1,5,-1), D(6,4,-2)$

3.9 $A(5,4,3), B(1,-3,2), C(1,2,1), D(9,4,1)$

3.10 $A(3,2,-5), B(0,9,0), C(1,-2,1), D(1,2,6)$

1. Решите матричное уравнение:

$$1.1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -6 \\ 5 & 1 & 9 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 10 & -1 \\ 5 & 33 \\ 22 & -19 \end{pmatrix}$$

$$1.2 \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -5 \\ 0 & 2 & 9 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 22 & 11 \\ -27 & -7 \\ 37 & 13 \end{pmatrix}$$

$$1.3 \quad \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 31 & 66 \\ 9 & 14 \\ -9 & -34 \end{pmatrix}$$

$$1.4 \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ -4 & 5 & 8 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 10 & 10 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$1.5 \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 6 & 4 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 34 & 42 \\ 33 & 46 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$1.6 \quad X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 4 \\ -7 & -18 & -37 \end{pmatrix}$$

$$1.7 \quad X \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & 42 & 49 \\ 69 & 81 & 94 \end{pmatrix}$$

$$1.8 \quad X \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & -9 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 38 & -19 \\ 16 & 74 & -37 \end{pmatrix}$$

$$1.9 \quad X \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & -6 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & 5 & 13 \\ 7 & -47 & -16 \end{pmatrix}$$

$$1.10 \quad X \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 \\ 7 & 8 & -5 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 26 & -7 \\ 55 & 106 & -7 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений по формулам Крамера:

$$2.1 \quad \begin{cases} -12x + 3y + 4z = -28 \\ 9y + z = 35 \\ x + 2y + 3z = 8 \end{cases}$$

$$2.2 \quad \begin{cases} -11x + 2y = -14 \\ 3x + 4y + 5z = 62 \\ x + 2y + z = 18 \end{cases}$$

$$2.3 \quad \begin{cases} x + 11y + z = 79 \\ 2x + 22y - 4z = 170 \\ 6y + 5z = 32 \end{cases}$$

$$2.4 \quad \begin{cases} x + 7y + 4z = 2 \\ 3x + 8y - 9z = 101 \\ -x + y + 3z = -19 \end{cases}$$

$$2.5 \quad \begin{cases} 2x + 3y + z = -5 \\ -6x + 8z = -110 \\ 3x + 11y + 3z = -14 \end{cases}$$

$$2.6 \quad \begin{cases} 2x + 4y + 7z = -30 \\ 4x - 7y = -23 \\ x + 3y - 5z = 58 \end{cases}$$

$$2.7 \quad \begin{cases} x + 3y + 7z = 11 \\ -3x + 2y + z = 0 \\ x + y + 5z = 3 \end{cases}$$

$$2.8 \quad \begin{cases} 5x + 4y + 3z = 76 \\ 7x + 6y + z = 74 \\ -x + 4z = 41 \end{cases}$$

$$2.9 \quad \begin{cases} 3x + 8y + z = -65 \\ 8x + 5y + 3z = -25 \\ -x + 2y + z = -15 \end{cases}$$

$$2.10 \quad \begin{cases} 7x + 2y + 7z = -76 \\ 3x + 5y + 4z = -31 \\ 6x - y + z = -1 \end{cases}$$

3. Решите систему линейных уравнений матричным способом:

$$3.1 \quad \begin{cases} 4x + y + z = 18 \\ 5x + y + z = 22 \\ 7x - y + 6z = 12 \end{cases} \quad 3.2 \quad \begin{cases} 12x + 12y = -48 \\ 2x + 3y + 4z = 22 \\ 5x - y + z = 25 \end{cases}$$

$$3.3 \quad \begin{cases} 13x + 2y + 13z = 138 \\ 5x + 6y = 39 \\ -x + 2y + 4z = 33 \end{cases} \quad 3.4 \quad \begin{cases} 5x + 6y + 5z = 106 \\ 8x + 9y + z = 103 \\ 2x + 4y + 3z = 61 \end{cases}$$

$$3.5 \quad \begin{cases} 7x + 6y + 7z = -3 \\ 4x + 5y + 3z = -21 \\ 8x + 9y + z = -41 \end{cases} \quad 3.6 \quad \begin{cases} 7x + 8y + 6z = 97 \\ 5x + 4y - z = 52 \\ x + 2y + 5z = 24 \end{cases}$$

$$3.7 \quad \begin{cases} 7x + 6y + 2z = 92 \\ 3x + 8y + z = 98 \\ -x + 2y + 3z = -8 \end{cases} \quad 3.8 \quad \begin{cases} 9x + 4y + 6z = 14 \\ 3x + y + 7z = 12 \\ y + 11z = 4 \end{cases}$$

$$3.9 \quad \begin{cases} 6x + 7y + 5z = 87 \\ 4x + 3y + 8z = 59 \\ x - y + 3z = 8 \end{cases} \quad 3.10 \quad \begin{cases} 3x + 5y + 2z = 19 \\ -5x - y + 2z = -37 \\ 5x + 7y + 3z = 32 \end{cases}$$

4. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$4.1 \quad \begin{cases} 8x + z = 74 \\ 3x + 4y + 6z = 55 \\ -x + 2y + 7z = 13 \end{cases} \quad 4.2 \quad \begin{cases} 7x + 4y + z = 53 \\ 3x + 7y + 2z = 18 \\ -x + 2y + 8z = -32 \end{cases}$$

$$4.3 \quad \begin{cases} x + 2y + 5z = 35 \\ -5x + 7y + 5z = -8 \\ 9x + 2y + 4z = 94 \end{cases} \quad 4.4 \quad \begin{cases} 6x + y + 6z = 54 \\ 4x + 8y = 76 \\ -x - 2y + 5z = -14 \end{cases}$$

$$4.5 \quad \begin{cases} 6x + 7y + z = 93 \\ 3x + 5y - 2z = 52 \\ 6x + 4y + 7z = 84 \end{cases} \quad 4.6 \quad \begin{cases} 6x + 5y + 5z = 90 \\ 6x + 11y + 13z = 228 \\ -7x + 5y + 12z = 195 \end{cases}$$

$$4.7 \quad \begin{cases} 6x + 7y + 3z = 106 \\ 9x + 2y - z = 45 \\ 7x + 4y + 9z = 35 \end{cases} \quad 4.8 \quad \begin{cases} 11x + 12y - z = 94 \\ 2x + 3y + 4z = 68 \\ 7x + 6y = 57 \end{cases}$$

$$4.9 \quad \begin{cases} x + 5y - z = -33 \\ 2x + 7y - 2z = -51 \\ -x + 4y + 2z = -1 \end{cases} \quad 4.10 \quad \begin{cases} 2x + 7y + 3z = -38 \\ x + 2y + 9z = -4 \\ x - 7y + 4z = 36 \end{cases}$$

Вопросы к зачету/экзамену. 3/0

1. Понятие вектора. Сложение векторов, умножение на действительное число. Вычитание векторов.
2. Признак коллинеарности двух векторов.
3. Линейная зависимость и линейная независимость векторов.
4. Базис векторного пространства. Координаты вектора.
5. Определители второго и третьего порядков.
6. Скалярное произведение векторов.
7. Векторное произведение векторов.
8. Смешанное произведение векторов.
9. Уравнения прямой на плоскости. Вычисление расстояния от точки до прямой.
10. Вычисление угла между двумя прямыми.
11. Уравнения плоскости в пространстве. Вычисление расстояния от точки до плоскости.
12. Уравнения прямой в пространстве. Вычисление угла между прямыми.
13. Общие понятия теории систем линейных уравнений.
14. Формулы Крамера.
15. Матрицы. Действия над матрицами. Обратная матрица. Матричные уравнения. Решение систем матричным способом.
16. Метод Гаусса.

БИЛЕТ №0

Дисциплина: *«Аналитическая геометрия и высшая алгебра»*

Специальности: *все*

Форма обучения: *заочная*

Форма проведения экзамена, зачета: *письменная*

1. Сформулируйте определение скалярного произведения векторов и укажите его свойства. (Теоретический вопрос.)
2. $A(1,2,3)$, $B(2,3,-1)$, $C(4,0,-2)$. Вычислите площадь треугольника ABC с помощью векторного произведения векторов. (Задача по «векторной алгебре».)
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $A(5,6)$ и $B(6,-2)$. (Задача по темам «прямая на плоскости» или «плоскость и прямая в пространстве».)
4. Решите систему матричным способом:
$$\begin{cases} 2x + 4y = 8 \\ x - 5y = -3 \end{cases}$$
. (Задача по «алгебре».)